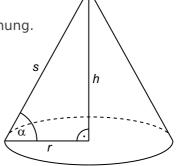
Aufgabenblatt

Aufgabe 1

- a) In einer Klasse sind doppelt so viele Mädchen wie Jungen. Gib den Anteil der Jungen und Mädchen als Bruchzahl an.
- b) Der abgebildete Kegel hat die Maße $r=20\,\mathrm{cm}$ und $s=50\,\mathrm{cm}$.

(1) Berechne das Volumen des Kegels. Notiere deine Rechnung.

(2) Wie groß ist der Neigungswinkel α des Kegels? Notiere deine Rechnung.



c) Auf dem Foto siehst du 2,50 m hohe Stützpfeiler in der Form von runden Buntstiften. Sie entsprechen in ihren Proportionen echten Buntstiften (Maßstabstreue).

ten (Maßstabstreue). (1) Ein echter Buntstift ist 17,5 cm lang und hat einen Durchmesser von 0,7 cm.

Zeige, dass der Durchmesser eines Stützpfeilers 10 cm beträgt. Notiere deine Rechnung.

(2) Die farbigen Flächen der beiden Stützpfeiler sollen gestrichen werden. Farbe für eine Fläche von $2\,\mathrm{m}^2$



Quellen: http://commons.wikimedia.org -Magnus Manske, www.fotolia.com - picsfive

ist vorhanden. Überschlage durch eine Rechnung, ob die Farbe ausreicht.

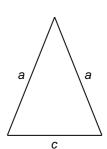
d) Gib die Anzahl der Lösungen des folgenden linearen Gleichungssystems an und begründe:

$$y = 2x + 3$$

$$y = 2x + 0, 4$$

e) Ein gleichschenkliges Dreieck heißt "goldenes Dreieck", wenn für seine Basis c und die Schenkel a gilt: $(a+c)\cdot c=a\cdot a$

Berechne die Länge der Basis c für ein solches Dreieck, wenn die Schenkel 5 cm lang sind. Notiere deine Rechnung.







a) > Berechnung des Anteils von Jungen und Mädchen in einer Klasse

In dieser Aufgabe geht es darum, den Anteil von Jungen und Mädchen in einer Klasse, in der doppelt so viele Mädchen wie Jungen sind, als Bruchzahl anzugeben.

Du kannst dir nun überlegen, dass die kleinste mögliche Klasse genau 3 Schüler haben muss, da in dieser Klasse genau 2 Mädchen und 1 Junge sind und 2 das Doppelte von 1 ist. Es sind also 2 von 3 Schülern Mädchen und 1 von 3 Schülern Jungen.

Anteil der Mädchen =
$$\frac{2}{3}$$

Anteil der Jungen = $\frac{1}{3}$

Alternativ

Es ist auch eine größere Klasse mit beispielsweise 15 Schülern denkbar, in der 5 von 15 Schülern Jungen sind, also $\frac{5}{15}$ und 10 Schülerinnen, also $\frac{10}{15}$. Wenn du diese Brüche nun mit dem Faktor 5 kürzt, erhältst du wieder das Ergebnis von $\frac{1}{3}$ (Jungen) und $\frac{2}{3}$ (Mädchen).

Der Anteil der Mädchen beträgt $\frac{2}{3}$ und der Anteil der Jungen $\frac{1}{3}$.

▶ Berechnung des Volumens eines Kegels

b1)

In dieser Aufgabe sollst du ausgehend von Radius $r = 20 \,\mathrm{cm}$ und der Seitenlänge $s = 50 \, \text{cm}$ das Volumen des Kegels berechnen.

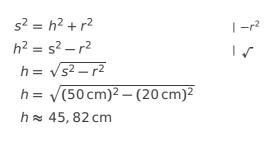
Gegeben	Gesucht
Radius $r = 20 \text{cm}$	Volumen V
Seitenlänge $s = 50 \text{cm}$	

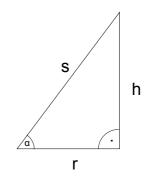
Beachte dabei folgende Schritte:

- Um das Volumen mit der Formel V= $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$ des Kegels zu berechnen, benötigst du die Höhe h, die du zuerst ausrechnen musst. Die Höhe h liegt in einem rechtwinkligen Dreieck, somit kannst du h über den Satz des Pythagoras berechnen.
- Ermitteln des Volumens des Kegels über folgende Formel: $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$

1. Schritt: Berechnen von h

Mit Hilfe des eingezeichneten Dreiecks kannst du h berechnen, indem du den Satz des Pythagoras: $s^2 = h^2 + r^2$ nach h umstellst:





2. Schritt: Berechnung des Volumens

Setzte nun $r = 20 \,\mathrm{cm}$ und $h = 45,82 \,\mathrm{cm}$ und die Formel für das Volumen eines Kegels ein:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (20 \text{ cm})^2 \cdot (45, 82 \text{ cm})$$

$$V = 19.193, 04 \text{ cm}^3$$

Das Volumen des Kegels beträgt 19.193, 04 cm³ oder 19, 191, ein Liter entspricht $1\,\mathrm{dm}^3$.

ightharpoonup Berechnung des Neigungswinkels α

b2)

Für die Berechnung des Neigungswinkels α ist wieder die Betrachtung des rechtwinkligen Dreiecks im Kegel nötig.

Da es sich um ein rechtwinkliges Dreieck handelt, können die trigonometrischen Beziehungen angewendet werden.

Zur Erinnerung:

•
$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

•
$$sin(\alpha) = \frac{Gegenkathete}{Hypotenuse}$$

•
$$tan(\alpha) = \frac{Gegenkathete}{Ankathete}$$

Ausgehend vom Winkel α :

Hypotenuse = s

Ankathete = r (da r **am** Winkel α anliegt)

Gegenkathete= h (da h **gegen**über des Winkels α)

Du kannst die Aufgabe nun mit allen drei Möglichkeiten lösen; es bietet sich jedoch an, den Kosinus zu verwenden, da hier keine gerundeten Werte für die Länge gegeben sind. ($s = 50 \, \text{cm}, r = 20 \, \text{cm}$)

$$\cos(\alpha) = \frac{r}{s}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{20 \text{ cm}}{50 \text{ cm}}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{2}{5} \qquad |\cos^{-1}(\frac{2}{5})|$$

$$\alpha = \cos^{-1}(\frac{2}{5})$$

$$\alpha = 66, 42$$



Alternativ

Mit Sinus bzw. Tangens:

$$\sin^{-1}(\frac{h}{s}) = \alpha = 66, 40$$

$$\tan^{-1}(\frac{h}{r}) = \alpha = 66, 41$$

Der Neigungswinkel α beträgt ungefähr 66, 42

▶ Berechnung des Durchmessers des Pfeilers - Maßstab

^{c1)}In dieser Aufgabe sollst du zeigen, dass der Stützpfeiler einen Durchmesser von 10 cm hat und damit maßstabsgetreu zum Bleistift ist.

Dazu musst du nachrechnen, ob der Durchmesser des Pfeilers maßstabsgetreu ist, also ob ein Bleistift (Länge 17,5 cm, Durchmesser 0,7 cm) bei starker Vergrößerung genau so aussehen würde, wie der Pfeiler im Bild(Länge 250 cm, Durchmesser

Du kannst nun den Vergrößerungsfaktor der Länge ausrechen, also die Zahl die mit 17,5 multipliziert 250 ergibt.

$$k \cdot 17, 5 = 250$$
 |:17,5
 $k = \frac{250}{17,5}$
 $k = 14.29$

Nun sollst du überprüfen, ob auch der Durchmesser des Bleistifts mit dem Faktor k = 14,29 multipliziert den Durchmesser des Pfeilers ergibt, da dann der Pfeiler maßstabsgetreu zum Bleistift ist.

$$0,7 \text{ cm} \cdot 14,29 = 10,0 \text{ cm}$$

Somit hast du gezeigt, dass Durchmesser und Länge des Bleistifts mit dem Faktor x multipliziert den Durchmesser und die Länge des Pfeilers ergeben.

Damit hast du bewiesen, dass der Durchmesser des Pfeilers 10 cm beträgt.

▶ Überschlagsrechnung

c²⁾In diesem Aufgabenteil geht es darum, zu prüfen, ob die vorhandene Farbe zum Bestreichen der Säulen reicht. Die Fläche, die bestrichen werden soll, ist die Mantelfläche, also die Oberfläche des Pfeilers. Um diese Mantelfläche näherungsweise darzustellen, kannst du von einem Zylinder als Pfeiler ausgehen.

Gehe dabei wie folgt vor:

- Berechnen der Mantelfläche eines Pfeilers über Formel $A_M = \pi \cdot d \cdot h$, gehe dabei von einem Zylinder aus
- Verdoppeln des Ergebnisses, da 2 Pfeiler bestrichen werden sollen

1. Schritt: Berechnung der Mantelfläche

Um nun die Fläche des Pfeilers abschätzen zu können, kannst du davon ausgehen, dass es sich um einen Zylinder handelt, der ganz gestrichen werden soll.

Die Formel für die Mantelfläche eines Zylinders lautet: $A_M = \pi \cdot d \cdot h$ mit d = 0, 1 m (Durchmesser des Zylinders) und h = 2,5 m (Höhe des Zylinders)

Die Mantelfläche für einen Zylinder beträgt also: $A_M = \pi \cdot 0$, $1 \text{ m} \cdot 2$, 5 m = 0, 79 m^2



2. Schritt: Verdoppeln des Ergebnisses

Da aber 2 Pfeiler bestrichen werden sollen, muss die Mantelfläche verdoppelt werden.

Die zu bestreichende Fläche beträgt somit $A = 2 \cdot 0$, $79 \,\mathrm{m}^2 = 1$, $58 \,\mathrm{m}^2$

Da die vorhandene Farbe für 2 m² ausreicht und die zu streichende Fläche nur 1,58 m² groß ist, kann man beide Säulen damit bestreichen.

d) ► Lösen eines Gleichungssystems

In dieser Aufgabe sollst du die Anzahl der Lösungen des linearen Gleichungssystems angeben.

$$y = 2x + 3$$

 $y = 2x + 0.4$

Da beide Gleichungen nach y aufgelöst sind, kannst du das **Gleichsetzungsverfahren** anwenden:

$$2x + 3 = 2x + 0, 4$$
 | $-2x$
 $3 = 0, 4$

Diese Gleichung kann aber keine Lösung besitzen, da $3 \neq 0, 4$.

Damit hat das lineare Gleichungssystem keine Lösung.

e) ▶ Berechnung einer Seite im gleichschenkligen Dreieck

In dieser Aufgabe sollst du ausgehend vom "goldenen Dreieck", einem gleichschenkligen Dreieck, die Basis c mit Hilfe einer Formel aus der Schenkellänge α berechnen. Dazu musst du α in die Formel einsetzen und dann c ausrechnen.

$$(5+c) \cdot c = 5 \cdot 5$$

$$(5+c) \cdot c = 25 \qquad |-25|$$

$$(5+c) \cdot c + (-25) = 0$$

$$c^2 + 5c - 25 = 0$$

Da es sich um eine quadratische Gleichung handelt, kannst du sie nicht ohne Weiteres lösen, du brauchst die abc- Formel (Mitternachtsformel) oder die pq-Formel.

▶▶ Lösungsweg A - Mitternachtsformel

Zur Erinnerung:
$$x_{1,2} = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ad^2}}{2a}$$
 für die Gleichung $ax^2 + bx + d = 0$ für $c^2 + 5c - 25 = 0$ ist $a = 1$, $b = 5$, $d = -25$ und $x = c$

$$c_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-25)}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{125}}{2}$$

$$c_1 = \frac{-5 + \sqrt{125}}{2} = 3,09$$

$$c_2 = \frac{-5 - \sqrt{125}}{2} = -8,09$$

Lösung c_2 kann ausgeschlossen werden, da eine Länge einer Seite niemals negativ sein kann.

Die Länge von c beträgt ungefähr 3, 09 cm.

▶▶ Lösungsweg B - pq-Formel

Zur Erinnerung:
$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}$$
 für Gleichung $x^2 + px + q = 0$



Nordrhein-Westfalen | Mittlerer Schulabschluss

Prüfungswissen | Original-Prüfungen

► Abschlussprüfung 2013 | Prüfungsteil 1



für
$$c^2 + 5c - 25 = 0$$
 ist $p = 5$, $q = -25$ und $x = c$

$$c_{1,2} = -\frac{5}{2} \pm \sqrt{(\frac{5}{2}) - (-25)} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{6}, 25 + 25 = -\frac{5}{2} \pm \sqrt{31}, 25$$

$$c_2 = -\frac{5}{2} + \sqrt{31}, 25 = 3, 09$$

$$c_2 = -\frac{5}{2} - \sqrt{31}, 25 = -8, 09$$

Hier kann ebenfalls Lösung c_2 ausgeschlossen werden, da eine Länge niemals negativ sein kann.

Die Länge von c beträgt ungefähr 3,09 cm.

Frau Schmidt kauft im Sommer für ihren Garten einen Rosenstrauch, auf dem eine Blattlaus sitzt.

Eine einzelne Blattlaus kann sich selbst vermehren. Pro Woche verfünffacht sich die Anzahl der Blattläuse auf dem Rosenstrauch.

 a) Zeige, dass aus einer Blattlaus nach drei Wochen 125 Blattläuse geworden sind. Notiere deine Rechnung.



Quelle: http://commons.wikimedia.org - OgreBot

- b) Mit der Funktionsgleichung $f(x) = 5^x$ kann man die Anzahl der Blattläuse ermitteln, wenn sie sich vermehren wie oben beschrieben.
 - (1) Gib die Bedeutung der Variable x in dieser Gleichung an.
 - (2) Berechne den Funktionswert für x = 0 und erläutere das Ergebnis am Beispiel der Blattläuse.
- c) Stelle die Vermehrung einer Blattlaus für einen Zeitraum von drei Wochen in einem geeigneten Koordinatensystem dar.
- d) Nach wie vielen Wochen k\u00f6nnen sich aus einer Blattlaus fast 80.000 Blattl\u00e4use entwickeln?
 Notiere deine Rechnung.
- e) Frau Schmidt rechnet nach, dass sich im Sommer des nächsten Jahres (also genau ein Jahr später) rund $2,22\cdot10^{36}$ Blattläuse auf ihrer Rose befinden würden.
 - (1) Überprüfe die Rechnung von Frau Schmidt.
 - (2) Hältst du diese Vorhersage für die Anzahl der Blattläuse für realistisch? Begründe deine Meinung.
- f) Mit welcher der folgenden Funktionsgleichungen kann die Anzahl der Blattläuse ermittelt werden, wenn zu Beginn 100 Blattläuse auf einer Pflanze gezählt werden? Kreuze an.

$$g(x) = 500^{x} g(x) = 100 + 5^{x} g(x) = 100 \cdot 5^{x} g(x) = 5^{x+100}$$

Nordrhein-Westfalen | Mittlerer Schulabschluss

Prüfungswissen | Original-Prüfungen

► Abschlussprüfung 2013 | Prüfungsteil 2



Aufgabe 3

Anne und Paul spielen "Stein - Schere - Papier". Auf ein Kommando formen beide gleichzeitig ihre Hand zu einem der drei Zeichen. Es gilt:





- "Stein" gewinnt gegen "Schere", weil er die Schere stumpf Meffe.
- "Schere" gewinnt gegen "Papier", weil sie das Papier schneidet.
- "Papier" gewinnt gegen "Stein", weil es den Stein einwickelt.
- Zeigen beide dasselbe Zeichen, endet die Runde unentschieden.



Im Folgenden wird angenommen, dass beide ihre Wahl rein zufällig treffen Queile: www.fotolia.com - Tomna-

mon

a) Anne und Paul spielen das Spiel achtmal. Sie haben die ersten fünf Runden mit folgenden Ergebnissen gespielt.

	1. Run-	2. Run-	3. Run-	4. Run-	5. Run-	6. Run-	7. Run-	8. Run-
	de							
Anne	Papier	Papier	Stein	Schere	Stein			
Paul	Stein	Schere	Stein	Papier	Schere			

- (1) Wie viele Runden hat Anne gewonnen?
- (2) Gesamtsieger ist, wer die meisten Runden gewonnen hat. Fülle die Tabelle so aus, dass Paul der Gesamtsieger ist.
- b) (1) Notiere in der Tabelle unten, wer jeweils gewinnt. Wo liegt ein Unentschieden vor?
 - (Die rechte Spalte und die unterste Zeile bleiben zunächst frei.)
 - (2) Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Runde von Anne "Stein" und von Paul "Papier" gewählt werden.
 - (3) Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass Paul eine Runde gewinnt.
 - (4) Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass Paul zwei Runden nacheinander gewinnt.

${\bf Nordrhein\text{-}Westfalen} \mid {\bf Mittlerer\ Schulabschluss}$

Prüfungswissen | Original-Prüfungen

► Abschlussprüfung 2013 | Prüfungsteil 2



Anne		
	Anne gewinnt	
· San		

- c) Das Spiel kann um "Brunnen" erweitert werden.
 - "Brunnen" gewinnt gegen "Stein" und "Schere", weil sie im Brunnen versinken.

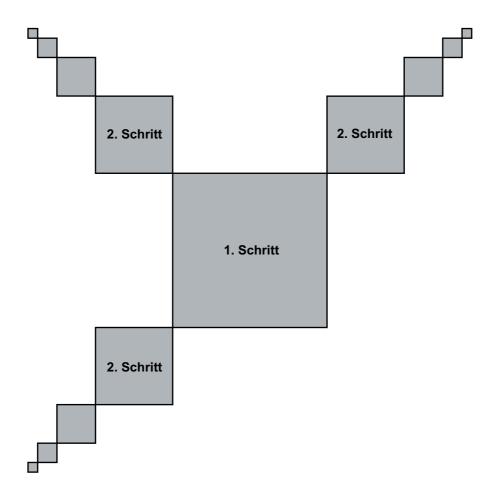


- "Papier" gewinnt gegen "Brunnen", weil es ihn abdeckt.
- (1) Trage in die Tabelle von Teilaufgabe b) (1) "Brunnen" ein und fülle die rechte Spalte und die unterste Zeile aus.
- (2) Anne und Paul spielen das Spiel nun mit "Brunnen". Ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Runde unentschieden endet, jetzt größer? Begründe.
- (3) Anne überlegt, welches Handzeichen sie machen soll, damit ihre Gewinnchance möglichst groß ist.
 - Gib ihr einen Tipp und begründe ihn z. B. mit Hilfe der Tabelle aus b) (4).



Die abgebildete Figur entsteht in mehreren Schritten:

- Im 1. Schritt wird ein Quadrat gezeichnet.
- Im 2. Schritt wird an allen vier Ecken ein Quadrat mit halber Seitenlänge angefügt.
- In den weiteren Schritten wird dieses Verfahren fortgesetzt (s. Grafik).



- a) In der abgebildeten Figur hat das Ausgangsquadrat (Schritt 1) eine Seitenlänge von 4 cm.
 - (1) Zeichne in der abgebildeten Figur die Quadrate unten rechts bis zum 3. Schritt. Zeichne genau.
 - (2) Aus wie vielen Quadraten besteht die gesamte Figur nach dem 4. Schritt?
 - (3) Begründe, dass die Figur nach n Schritten aus $1 + 4 \cdot (n-1)$ Quadraten besteht.
 - (4) Zeige, dass der Flächeninhalt der gesamten Figur nach dem 3. Schritt 36 cm² beträgt.
 - Notiere deine Rechnung.
 - (5) Um wie viel Prozent wächst der Flächeninhalt der gesamten Figur vom 3. zum 4. Schritt? Notiere deine Rechnung.

${\bf Nordrhein\text{-}Westfalen} \mid {\bf Mittlerer} \ {\bf Schulabschluss}$

Prüfungswissen | Original-Prüfungen

► Abschlussprüfung 2013 | Prüfungsteil 2



b) Franziska berechnet den Flächeninhalt der Figur ab dem 5. Schritt mit Hilfe einer Tabellenkalkulation.

	A B		С	D
		Seitenlänge der	Flächeninhalt	Flächeninhalt
1	Schritt	Quadrate	von 4 Quadraten	der Gesamtfigur
2				
3	5	0,25	0,25	37,25
4	6	0,125	0,0625	37,3125
5	7	0,0625	0,015625	
6	8	0,03125	0,0039063	37,3320313
7	9	0,015625	0,0009766	37,3330078
8	10	0,0078125	0,0002441	37,3332520
9	11	0,0039063	0,0000610	37,3333130
10	12	0,0019531	0,0000153	37,3333282
11	13	0,0009766	0,0000038	37,3333321

- (1) Lies aus der Tabelle ab, welchen Flächeninhalt die angefügten vier Quadrate des 6. Schrittes haben.
- (2) Berechne den Wert in Zelle D5. Notiere deine Rechnung.
- (3) Gib eine mögliche Formel zur Berechnung des Wertes in Zelle D10 an.
- (4) Formuliere mit Hilfe der Tabelle eine Vermutung über den Flächeninhalt der Gesamtfigur nach dem millionsten Schritt (Figur 1.000.000).



a) **► Exponentielle Zunahme**

In dieser Teilaufgabe sollst du zeigen, dass nach 3 Wochen 125 Blattläuse vorhanden sind, wenn am Anfang eine Blattlaus lebt.

Da sich die Zahl der Blattläuse jede Woche verfünffacht, handelt es sich um eine exponentielle Zunahme ($W_x = W_0 \cdot q^x$), für die du eine Funktion aufstellen kannst.

 W_0 : Anfangswert, mit $W_0 = 1$

q: Wachstumsfaktor, mit q = 5

x: Wachstumsschritte (Anzahl der Wochen), mit x = 3

$$W_x = W_0 \cdot q^x$$

$$W_3 = 1 \cdot 5^3$$

$$W_3 = 125$$

Somit hast du bewiesen, dass nach 3 Wochen 125 Blattläuse leben.

b1)▶ Bedeutung von x in Funktionsgleichung

In dieser Teilaufgabe sollst du die Bedeutung von x in der Funktionsgleichung f(x) =5^x erklären.

Allgemein gilt für die exponentielle Zunahme die Formel $W_x = W_0 \cdot q^x$ mit den Wachstumsschritten x.

Damit ist x die Anzahl der Wachstumsschritte, hier in Wochen.

b2)► Funktionswert berechnen

Hier sollst du den Funktionswert für x = 0 berechnen und ihn anschließend am Beispiel der Blattläuse erklären.

Du kennst aus der Teilaufgabe b1) die Funktionsgleichung $f(x) = 5^x$. Hier sollst du nun x = 0 einsetzen.

$$f(0) = 5^0 = 1$$
, da jede Zahl außer 0 gilt: $n^0 = 1$

Das bedeutet nun im Beispiel, dass zum Zeitpunkt 0, also zu Beginn, genau eine Blattlaus auf dem Rosenstrauch war.

c) > Vermehrung graphisch darstellen

Du kennst bereits die Funktionswerte für $f(0) = 1 \ (\rightarrow P_0(0/1))$ und $f(3) = 125 \ (\rightarrow$ $P_3(3/125)$), um das Schaubild aber präzise zeichnen zu können, sollst du auch noch f(1) und f(2) ausrechnen.

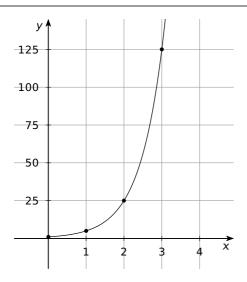
$$f(1) = 5^1 = 5 \rightarrow P_1(1/5)$$

$$f(2) = 5^2 = 25 \rightarrow P_2(2/25)$$

Nun kannst du die Funktionswerte als Punkte in das Koordinatensystem einzeichnen und sie zu einer Kurve verbinden.

Beachte aber, dass du eine große y-Skala brauchst, da f(3) = 125.





d) ► Untersuchen von exponentieller Zunahme

In dieser Teilaufgabe sollst du ausrechnen, nach wie vielen Wochen die Anzahl der Blattläuse fast 80.000 beträgt.

Dafür kannst du einfach in die Funktionsgleichung $f(x) = 5^x$ Werte für x einsetzen und so durch systematisches Probieren zum Ergebnis gelangen. Du weißt aber, dass $W_3 = 125$, sodass du mit deiner Untersuchung bei W_4 anfangen kannst.

$$W_4 = 5^4 = 625$$

$$W_5 = 5^5 = 3.125$$

$$W_6 = 5^6 = 15.625$$

$$W_7 = 5^7 = 78.125$$

Nach 7 Wochen haben sich aus einer Blattlaus 78.125, also fast 80.000 Blattläuse entwickelt.

e1)▶ Nachrechnen von Frau Schmidts Annahme

In dieser Aufgabe sollst du die Rechnung von Frau Schmidt überprüfen, also selbst nachrechnen, ob nach einem Jahr rund $2,22\cdot 10^{36}$ Blattläuse vorhanden sind.

In der Funktionsgleichung $f(x) = 5^x$ gibt die Variable x die Wachstumsschritte in Wochen an. Deshalb sollst du hier den Funktionswert für x = 52 berechnen, da ein Jahr 52 Wochen hat.

$$W_{52} = 5^{52} = 2,22 \cdot 10^{36}$$
, benutze dazu den Taschenrechner

Die Rechnung von Frau Schmidt ist richtig, nach einem Jahr sind rund $2,22 \cdot 10^{36}$ Blattläuse vorhanden.

e2)► Vorhersage beurteilen

Hier sollst du die Vorhersage, dass sich nach einem Jahr ca. $2,22\cdot 10^{36}$ Blattläuse auf dem Strauch befinden, bewerten.

Diese Anzahl an Blattläusen ist extrem groß und deshalb unrealistisch; es gibt mehrere Möglichkeiten, die Vorhersage zu beurteilen:



- Die Vorhersage ist nicht realistisch, da im Winter bei sehr niedrigen Temperaturen viele Blattläuse sterben bzw. sich nicht mehr so wie in der Gleichung angenommen vermehren.
- Die Vorhersage ist nicht realistisch, da es auf dem Strauch nicht genügend Platz für $2,22\cdot10^{36}$ Blattläuse gibt.
- Die Vorhersage ist nicht realistisch, da Blattläuse nur eine Lebensdauer von mehreren Wochen haben und somit nach einem Jahr nicht mehr existieren würden.

f) ► Exponentielle Zunahme

In dieser Teilaufgabe gehst du davon aus, dass sich zu Beginn 100 Blattläuse auf der Pflanze befinden. Für diese Situation sollst du nun die passende Funktion auswählen. Die exponentielle Zunahme kann durch folgende Funktionsgleichung beschrieben werden: $W_{\rm X}=W_0\cdot q^{\rm X}$ mit

 W_0 : Anfangswert, mit $W_0 = 100$

q: Wachstumsfaktor, mit q = 5

x: Wachstumsschritte (Anzahl der Wochen)

Damit ergibt sich für einen Anfangswert von 100 Blattläusen folgende Funktion:

 $W_X = 100 \cdot 5^X$

Damit ist die 3. Antwortmöglichkeit $g(x) = 100 \cdot 5^x$ richtig.

Aufgabe 3

a1)▶ Berechnen der Gewinnrunden für Anne

In dieser Teilaufgabe sollst du berechnen, in wiev ielen Runden Anne bisher gewonnen hat.

- Runde 1: Anne gewinnt, da "Papier "gegen "Stein "gewinnt
- Runde 2: Paul gewinnt, da "Schere "gegen "Stein "gewinnt
- Runde 3: unentschieden, da gleiches Zeichen
- Runde 4: Anne gewinnt, da "Schere "gegen "Papier "gewinnt
- Runde 5: Anne gewinnt, da "Stein "gegen "Schere "gewinnt

Anne hat 3 von 5 Runden gewonnen.

a2)► Ausfüllen der Tabelle

Hier sollst du die gegebene Tabelle so ausfüllen, dass Paul der Gesamtsieger ist. Deshalb muss Paul in den nächsten 3 Runden gewinnen.

Nordrhein-Westfalen | Mittlerer Schulabschluss

Prüfungswissen | Original-Prüfungen

► Abschlussprüfung 2013 | Prüfungsteil 1



	1. Runde	2. Runde	3. Runde	4. Runde	5. Runde	6. Runde	7 .Runde	8. Runde
Anne	Papier	Papier	Stein	Schere	Stein	Papier	Schere	Stein
Paul	Stein	Schere	Stein	Papier	Schere	Schere	Stein	Papier

Es gibt viele Möglichkeiten, die Tabelle auszufüllen, jedoch muss Paul in allen 3 Runden, die du ausfüllen sollst, gewinnen.

b1)► Ausfüllen der Tabelle

In diesem Teil sollst du in die Tabelle eintragen, wer bei welcher Zeichenkombination gewinnt.

Paul

_			
Α	n	n	e

	Stein	Schere	Papier
Stein	unentschieden	Anne gewinnt	Paul gewinnt
Schere	Paul gewinnt	unentschieden	Anne gewinnt
Papier	Anne gewinnt	Paul gewinnt	unentschieden

b2)▶ Bestimmen der Wahrscheinlichkeit für "Stein"und "Papier"

In dieser Aufgabe sollst du die Wahrscheinlichkeit, dass Anne "Stein"und Paul "Papier"in einer Runde zeigt bestimmen.

Betrachte dazu die eben ausgefüllte Tabelle: In genau einem Fall zeigt Anne "Stein"und Paul "Papier", insgesamt gibt es 9 Kombinationsmöglichkeiten, die alle die gleiche Wahrscheinlichkeit haben.

$$P(\text{"Stein ","Papier"}) = \frac{1}{9}$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass Anne "Stein"und Paul "Papier"zeigen, ist $\frac{1}{9}$ (ungefähr 11,1%).

b3)▶ Bestimmen der Wahrscheinlichkeit für Pauls Sieg

Hier sollst du nun die Wahrscheinlichkeit für Pauls Sieg in einer Runde berechnen.

Hier kannst du wieder die Tabelle betrachten, in 3 von 9 möglichen Fällen gewinnt Paul, die Wahrscheinlichkeit beträgt $P(\text{Sieg Paul in einer Runde}) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

Mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{3}$ (ungefähr 33,3%) gewinnt Paul in einer Runde.

b4)▶ Bestimmen der Wahrscheinlichkeit für 2 Siege von Paul

Hier sollst du die Wahrscheinlichkeit dafür bestimmen, dass Paul zweimal hintereinander siegt.

Hierzu musst du die Produktregel anwenden:

$$P(\text{Sieg Paul in 2 Runden}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass Paul in 2 Runden nacheinander gewinnt, beträgt $\frac{1}{9}$ (ungefähr 11,1%).





c1)▶ Ausfüllen einer Tabelle - Erweiterung um "Brunnen"

In diesem Teil sollst du die Tabelle aus Teilaufgabe b1) um das Zeichen "Brunnen"erweitern. "Brunnen"gewinnt gegen "Schere""Stein", verliert aber gegen "Papier".

	Paul					
	Stein Schere Papier E					
	Stein	unentschieden	Anne gewinnt	Paul gewinnt	Paul gewinnt	
	Schere	Paul gewinnt	unentschieden	Anne gewinnt	Paul gewinnt	
Anne	Papier	Anne gewinnt	Paul gewinnt	unentschieden	Anne gewinnt	
	Brunnen	Anne gewinnt	Anne gewinnt	Paul gewinnt	unentschieden	

c2) ► Bestimmen einer Wahrscheinlichkeit

In dieser Teilaufgabe sollst du die Wahrscheinlichkeit für ein Unentschieden beim Spiel mit Brunnen berechnen und sie dann anschließend mit der Wahrscheinlichkeit für Unentschieden beim Spiel ohne Brunnen vergleichen.

Gehe wie folgt vor:

- Bestimmen der Wahrscheinlichkeit für Unentschieden beim Spiel ohne "Brunnen"
- Bestimmen der Wahrscheinlichkeit für Unentschieden beim Spiel mit "Brunnen"
- Vergleich der beiden Ergebnisse

1. Schritt: Bestimmen der Wahrscheinlichkeit für Spiel ohne "Brunnen"

Hier kannst du wieder aus der alten, nicht mit "Brunnen"ergänzten Tabelle ablesen: In 3 von 9 Fällen geht das Spiel unentschieden aus, P(unentschieden ohne Brunnen)= $\frac{1}{3}$

2. Schritt: Bestimmen der Wahrscheinlichkeit für Spiel mit "Brunnen"

Nun kannst du aus der um "Brunnen"erweiterten Tabelle ablesen:

In 4 von 16 Fällen geht das Spiel unentschieden aus, P(unentschieden mit Brunnen)= $\frac{1}{4}$

3. Schritt: Vergleich der Ergebnisse

Die Wahrscheinlichkeit für Unentschieden betrug vor Erweiterung um das Zeichen "Brunnen"ungefähr 33,3%, nun beträgt sie 25%; die Wahrscheinlichkeit hat sich also verringert.

Die Wahrscheinlichkeit für ein Unentschieden in einer Runde ist nach der Erweiterung um "Brunnen"kleiner.

c3)▶ Ermitteln des Zeichens mit größerer Gewinnchance

In dieser Aufgabe sollst du Anne einen Tipp geben, welches Zeichen sie machen soll, damit ihre Chance zu gewinnen maximal ist.



Du sollst also ermitteln, welches Zeichen die größte Wahrscheinlichkeit hat, zu gewinnen. Diese Aufgabe kannst du auch wieder durch Ablesen aus der Tabelle lösen.

Schaue dazu in jede Zeile und zähle die Anzahl der Gewinne von Anna.

Als Ergebnis erhältst du:

Gewinne("Stein"): 1

Gewinne("Schere"): 1

Gewinne("Papier"): 2

Gewinne("Brunnen"): 2

Somit wird klar, dass die Gewinnwahrscheinlichkeit bei "Papier" und "Brunnen" höher ist, als bei Stein und Schere.

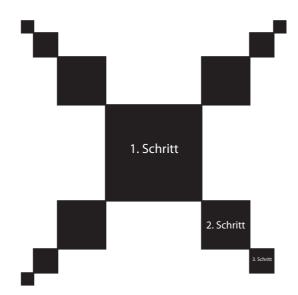
Anne sollte also "Papier"oder "Brunnen"wählen, damit ihre Gewinnchance am größten ist.

Aufgabe 4

a1)► Ergänzen der Zeichnung

In dieser Aufgabe sollst du die vorgegebene Grafik unten rechts bis zum 3. Schritt ergänzen, so wie es auch an den anderen Ecken des Quadrats getan wurde.

Dazu musst du wissen, dass das Quadrat im 2. Schritt die Seitenlänge $\alpha_2=2$ cm hat, das im 3. Schritte eine Seitenlänge von $\alpha_3=1$ cm, da sich die Seitenlänge in jedem Schritt halbiert.



a2)► Berechnung Anzahl der Quadrate

Nun sollst du die Anzahl der Quadrate nach dem 4. Schritt angeben. Dies kannst du nun durch Abzählen oder durch eine Rechnung tun.

▶▶ Lösungsweg A - Abzählen

Du kannst die Anzahl der Quadrate nach dem 4. Schritt aus dem Schaubild ablesen. Beachte dabei aber, dass du in deiner Zeichnung nur drei Quadrate gezeichnet hast, also musst du hier noch ein Quadrat ergänzen.

Die Anzahl der Quadrate nach vier Schritten beträgt 13.



Du kannst die Anzahl der Quadrate auch durch eine Rechnung bestimmen: Im 1. Schritt wird ein Quadrat gezeichnet, bei jedem weiteren Schritt kommt an jeder Ecke des Quadrats ein Quadrat hinzu, es kommen also ab dem 2. Schritt jeweils vier Quadrate hinzu.

Mit diesen Informationen kannst du nun die Anzahl der Quadrate nach dem 4. Schritt berechnen:

Anzahl (Quadrate) = Anzahl der Quadrate im 1. Schritt + 4 Quadrate \cdot 3 weiteren Schritte Anzahl (Quadrate) = $1 + 4 \cdot 3 = 13$

Nach dem 4. Schritt besteht die Figur aus 13 Quadraten.

a3)▶ Berechnung Anzahl der Quadrate nach n Schritten

In dieser Teilaufgabe sollst du begründen, warum die Anzahl an Quadraten nach n Schritten $1 + 4 \cdot (n-1)$ beträgt.

Hierfür kannst du die Rechnung aus Teilaufgabe a2) betrachten:

Anzahl(Quadrate nach 4 Schritten)= Anzahl(Quadrate im 1. Schritt) + $3 \cdot 4$ weitere Quadrate

Diese Rechnung kann auch so dargestellt werden:

Anzahl(Quadrate nach 4 Schritten)= $1+4\cdot(4-1)=1+4\cdot3$, da erst ab dem 2. Schritt jeweils 4 Quadrate hinzukommen.

Deshalb beträgt die Anzahl an Quadraten nach n Schritten $1 + 4 \cdot (n-1)$.

a4)▶ Berechnung Flächeninhalt nach dem 3. Schritt

Hier sollst du nun durch Nachrechnen zeigen, dass der Flächeninhalt aller Quadrate nach dem 3. Schritt 36 cm² beträgt.

Hierbei kannst du schrittweise vorgehen und die Ergebnisse danach summieren.

1. Schritt: Berechnung des Flächeninhalts nach dem 1. Schritt

Fläche nach dem 1. Schritt:

$$A = (4 \text{ cm})^2 = 16 \text{ cm}^2$$

2. Schritt: Berechnung des Flächeninhalts nach dem 2. Schritt

Fläche nach dem 2. Schritt:

$$A = 4 \cdot (2 \text{ cm})^2 = 16 \text{ cm}^2$$

3. Schritt: Berechnung des Flächeninhalts nach dem 3. Schritt

Fläche nach dem 3. Schritt:

$$A = 4 \cdot (1 \text{ cm})^2 = 4 \text{ cm}^2$$

4. Schritt: Summieren der Teilergebnisse

$$A_{qes} = 16 \text{ cm}^2 + 16 \text{ cm}^2 + 4 \text{ cm}^2 = 36 \text{ cm}^2$$

Der Flächeninhalt nach dem 3. Schritt beträgt 36 cm²



In dieser Aufgabe sollst den Anteil der Fläche, die in Schritt 4 hinzukommt, am Flächeninhalt der Fläche nach dem 3. Schritt berechnen, also den Zuwachs der Fläche im 4. Schritt in Prozent.

Beachte dabei die Teilschritte:

- Berechnen des Flächeninhalts A_4 der Quadrate, die im 4. Schritt hinzukommen (analog zu Aufgabe a4))
- Berechnen des Anteils der Fläche A₄ am Flächeninhalt nach 3 Schritten

1. Schritt: Berechnen des Flächeninhalts A4

$$A_4 = 4 \cdot (0, 5 \text{ cm})^2 = 1 \text{ cm}^2$$

2. Schritt: Berechnen des Anteils

In Aufgabe a4) hast du bereits den Flächeninhalt aller Quadrate nach 3 Schritten ausgerechnet, er beträgt 36 cm².

Anteil
$$p = \frac{1 \text{ cm}^2}{36 \text{ cm}^2} = 0,028 = 2,8 \%$$

Der Anteil der im Schritt 4 hinzugekommenen Fläche beträgt 2,8 %.

b1)► Wert aus Tabelle ablesen

In diesem Teil sollst du den Flächeninhalt der im 6.Schritt angefügten 4 Quadrate aus der Tabelle ablesen.

Schaue dafür in der Tabelle in Zeile 4 und Spalte C den Flächeninhalt der 4 Quadrate nach.

Der Flächeninhalt der 4 Quadrate beträgt 0, 0625 cm².

b2)▶ Berechnen des Wertes D5

In dieser Aufgabe sollst du den Wert in der Zelle D5 berechnen, also den Flächeninhalt der Gesamtfigur nach Schritt 7.

Addiere hierfür den Wert für den Flächeninhalt der gesamten Figur nach Schritt 6 (Zelle D4) mit der neu hinzugekommenen Fläche in Schritt 7 (Zelle C5).

$$D5=D4 + C5=37,3125+0,015625=37,328125$$

Der Wert für die Zelle D5 beträgt 37,328125.

b3)▶ Bestimmen einer Formel für Zelle D10

In dieser Teilaufgabe sollst du eine Formel für die Bestimmung von Zelle D10 angeben

Hier kannst du wieder wie bei Aufgabe b2) vorgehen, um den Flächeninhalt der Figur nach 12 zu erhalten, addierst du den Flächeninhalt nach Schritt 11 (Zelle D9) mit der hinzugekommenen Fläche in Schritt 12 (Zelle C10)

Damit ist die Formel für Zelle D10: D10 = D9 + C10



Nordrhein-Westfalen | Mittlerer Schulabschluss

Prüfungswissen | Original-Prüfungen
► Abschlussprüfung 2013 | Prüfungsteil 1



b4)▶ Vermutung über Flächeninhalt nach millionstem Schritt

In der letzten Teilaufgabe sollst du eine Vermutung über den Flächeninhalt der Figur nach 1 Million Schritten anhand der vorliegenden Tabelle machen. Um diese Vermutung treffen zu können musst du die Spalte D der Tabelle betrachten.

Wenn du nun die Werte in Spalte D betrachtest, so bemerkst du, dass sie sich nach Schritt 6 kaum verändern. Immer mehr Nachkommastellen werden zu 3.

Damit liegt die Vermutung nahe, dass der Flächeninhalt der Figur nach 1 Million Schritten ca. 37, 3 beträgt.



Wie vie	ele Stunden und Minuten sind 15.120 Sekunden? Kreuze an.
	2 Stunden 52 Minuten
	25 Stunden
	6 Stunden 30 Minuten
	4 Stunden 12 Minuten
	630 Minuten

Aufgabe 2

Bestimme das Volumen eines Kegels mit dem Radius 10 cm und einer Höhe von 30 cm.

Aufgabe 3

Schätze, wie lang die Flamme des Feuerspuckers ist. Beschreibe, wie du vorgegangen bist.



Quelle: http://commons.wikimedia.org - Usien



Ein Computervirus hat bereits 140.000 Computer befallen. Diese Zahl wächst täglich um 5 %.

a)

Gib den täglichen Wachstumsfaktor an.

b)

Berechne, wie viele Computer in zwei und in drei Tagen befallen sind.

c)

Nach wie vielen Tagen sind erstmals mehr als 200.000 Computer von dem Virus befallen?

Aufgabe 5

Bengü plant ein Abschlussgrillen mit ihrer Klasse 10b. Zur Planung benutzt sie folgende Tabellenkalkulation:

	А	В	С	D	Е			
1		Abschlussgrillen						
2	Teilnehmer	22						
3								
4	Produkt	Menge	Einheit	Einzelpreis	Preis			
5	Tomaten	1,7	kg	4,50€	7,65€			
6	Dönerfleisch	5,5	kg	12,99€	71,45€			
7	Getränke	3	Kiste	8,99€	26,97€			
8	Fladenbrote	6	Stück	2,20€	13,20€			
9	Krautsalat	4	Becher	0,95€	3,80€			
10	Tsatsiki	4	Becher	1,39€	5,56€			
11								
12				Summe	128,63€			
13								
14				pro Person	5,85€			

a)

In welcher Zelle hat Bengü den Einzelpreis für Fladenbrote eingetragen?

b)

Mit welcher Formel kann sie das Feld E10 berechnen lassen? Notiere eine geeignete Formel.

c)

Gib an und erkläre, was Bengü mit der Formel "=E12/B2" berechnet.



Wie vie	ele Stunden und Minuten sind 15.120 Sekunden? Kreuze an.
	2 Stunden 52 Minuten
	25 Stunden
	6 Stunden 30 Minuten
	4 Stunden 12 Minuten
	630 Minuten

Aufgabe 2

Bestimme das Volumen eines Kegels mit dem Radius 10 cm und einer Höhe von 30 cm.

Aufgabe 3

Schätze, wie lang die Flamme des Feuerspuckers ist. Beschreibe, wie du vorgegangen bist.



Quelle: http://commons.wikimedia.org - Usien



Ein Computervirus hat bereits 140.000 Computer befallen. Diese Zahl wächst täglich um 5 %.

a)

Gib den täglichen Wachstumsfaktor an.

b)

Berechne, wie viele Computer in zwei und in drei Tagen befallen sind.

c)

Nach wie vielen Tagen sind erstmals mehr als 200.000 Computer von dem Virus befallen?

Aufgabe 5

Bengü plant ein Abschlussgrillen mit ihrer Klasse 10b. Zur Planung benutzt sie folgende Tabellenkalkulation:

	А	В	С	D	Е			
1		Abschlussgrillen						
2	Teilnehmer	22						
3								
4	Produkt	Menge	Einheit	Einzelpreis	Preis			
5	Tomaten	1,7	kg	4,50€	7,65€			
6	Dönerfleisch	5,5	kg	12,99€	71,45€			
7	Getränke	3	Kiste	8,99€	26,97€			
8	Fladenbrote	6	Stück	2,20€	13,20€			
9	Krautsalat	4	Becher	0,95€	3,80€			
10	Tsatsiki	4	Becher	1,39€	5,56€			
11								
12				Summe	128,63€			
13								
14				pro Person	5,85€			

a)

In welcher Zelle hat Bengü den Einzelpreis für Fladenbrote eingetragen?

b)

Mit welcher Formel kann sie das Feld E10 berechnen lassen? Notiere eine geeignete Formel.

c)

Gib an und erkläre, was Bengü mit der Formel "=E12/B2" berechnet.

Aufgabenblatt

Aufgabe 1: Theodor-Heuss-Brücke

Die Theodor-Heuss-Brücke in Düsseldorf ist eine sogenannte Schrägseilbrücke. Die Brücke wird von Seilen gehalten, welche an einem Mast aufgehängt sind. Im Folgenden wird nur die rechte Seite betrachtet.

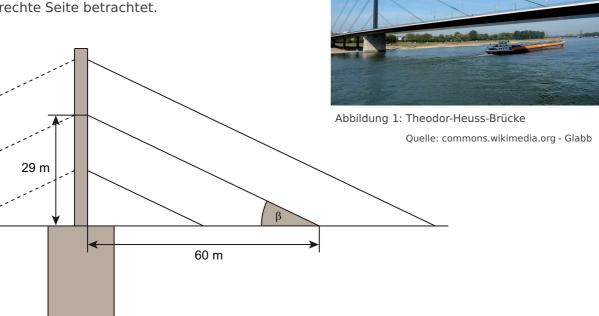


Abbildung 2: Skizze der Theodor-Heuss-Brücke

An dem Mast sind drei parallele Seile im Abstand von 14,5 m befestigt. Die Seile treffen jeweils im Abstand von 30 m auf die Fahrbahn. Der Mast ragt oberhalb des letzten Seils noch 50 cm hinaus (vgl. Abbildung 2).

a)

Gib die Höhe des Mastes an.

b)

Zeige, dass das mittlere Seil ca. 66,6 m lang ist.

c)

Ein Meter Drahtseil wiegt 48 kg. Berechne das Gewicht des mittleren Seils in Tonnen.

d)

Der Neigungswinkel β ist in der Abbildung 2 eingezeichnet. Bestimme, mit welchem Neigungswinkel β das mittlere Seil auf die Fahrbahn trifft. Notiere deine Rechnung.

Den Verlauf der Seile der Theodor-Heuss-Brücke kann man mit Funktionsgleichungen beschreiben. Das Koordinatensystem wird folgendermaßen festgelegt: Die Fahrbahn wird als x-Achse und der Mast als y-Achse betrachtet. Der Schnittpunkt von Fahrbahn und Mast ist der Punkt $O(0 \mid 0)$. Die Lage des mittleren Seils kann durch die Funktion f mit der Gleichung f(x) = -0, $4833 \cdot x + 29$ beschrieben werden.

Vervielfältigung nur innerhalb einer Lehrer-/Klassen- oder Schullizenz und mit Hinweis auf MatheLV erlaubt



Nordrhein-Westfalen | Mittlerer Schulabschluss

Prüfungswissen | Original-Prüfungen

► Abschlussprüfung 2014 | Prüfungsteil 2



e)

Ergänze das geeignete Koordinatensystem in der oben stehenden Skizze (Abbildung 2) und lege die Einteilung der Achsen fest.

f)

Erläutere, warum die Funktion $g(x) = -0,4833 \cdot x + 43,5$ die Lage des oberen Seils beschreibt.

g)

Bestimme die Funktionsgleichung des kürzesten Seils.

Aufgabenblatt

Aufgabe 2: Schwarz und Weiß

Jana und Tim haben ein Spiel erfunden. Die Spieler werfen abwechselnd jeweils drei Plättchen, die auf einer Seite weiß und auf der anderen Seite schwarz sind.

Die Punkte eines Wurfes ermitteln die Spieler anhand der rechts abgebildeten Tabelle. Jeder Spieler addiert die Punkte seiner Wurfergebnisse auf.

Gewonnen hat, wer als Erster genau 31 Punkte erreicht.

Wenn ein Spieler durch einen Wurf mehr als 31 Punkte erreicht, dann wird dieser Wurf mit 0 Punkten gewertet.

Wurfergebnis	Punkte	
• •	0	
• 0	1	
0	2	
000	4	

a)

Tim hat bereits fünf Punkte. Er wirft die drei Plättchen und hat zwei weiße Seiten und eine schwarze Seite oben liegen. Bestimme Tims Punktzahl nach dem Wurf.

Tim nimmt an, dass die weiße Seite eines Plättchens mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 % oben liegt. Nun will er wissen, welche Punktzahl mit welcher Wahrscheinlichkeit erreicht wird. Dazu notiert er alle möglichen Wurfergebnisse in einer Tabelle:

Wurfergebnis		Punkte	Wahrscheinlichkeit	
1. Plättchen	2. Plättchen	3. Plättchen	Punkte	Wanrscheinlichkeit
schwarz	schwarz	schwarz	0	12,5 %
weiß	schwarz	schwarz	1	
schwarz	weiß	schwarz		37,5%
schwarz	schwarz	weiß		
			2	
			4	

b)

Ergänze in der Tabelle die fehlenden Wurfergebnisse.

c)

Trage die Wahrscheinlichkeiten, zwei Punkte bzw. vier Punkte zu erhalten, in die Tabelle ein.

d)

Die Wahrscheinlichkeit, einen Punkt zu erhalten, beträgt 37,5 %. Begründe.

e)

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, zweimal hintereinander einen Punkt zu erhalten?



Nordrhein-Westfalen | Mittlerer Schulabschluss

Prüfungswissen | Original-Prüfungen

► Abschlussprüfung 2014 | Prüfungsteil 2



Jana und Tim spielen gegeneinander.

f)
Tim hat bereits 30 Punkte, Jana hat erst 25 Punkte. Jana ist an der Reihe. Gib einen möglichen Spielverlauf an, mit dem Jana mit ihren nächsten beiden Würfen gewinnen kann.
Jana: Tim: Jana:
Jana und Tim haben nun jeweils 30 Punkte.
g)
Das Ereignis "Tim wirft als nächster und gewinnt nicht" tritt mit einer Wahrscheinlichkeit von $62,5\%$ ein. Begründe.
h)
Tim behauptet: "Die Wahrscheinlichkeit, dass mit den nächsten 10 Würfen keiner gewinnt, ist geringer als 1 %!" Hat Tim recht? Entscheide und begründe deine Entscheidung.

Aufgabe 3: Schweizer Fahne

Die Schweizer Fahne zeigt ein weißes Kreuz in einem roten quadratischen Feld. Die Form des Kreuzes ist dabei vorgeschrieben:

"Das Schweizerkreuz ist ein im roten Feld aufrechtes, freistehendes weißes Kreuz, dessen [...] Arme je $\frac{1}{6}$ länger als breit sind." Alle vier Arme sind deckungsgleich.

Die Abbildung 1 zeigt den Aufbau der Schweizer Fahne mit dem "Schweizerkreuz".



Die Breite soll $b = 3 \,\mathrm{cm}$ betragen (vgl. Abbildung 1).

Zeige, dass die zugehörige Länge l = 3, 5 cm ist.

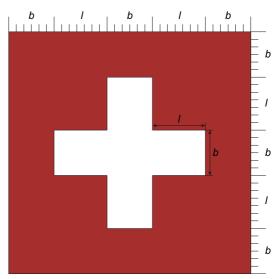


Abbildung 1: Aufbau der Schweizer Fahne mit dem "Schweizerkreuz"

b)

Bestätige durch eine Rechnung, dass der Flächeninhalt des weißen Kreuzes aus Aufgabenteil a) 51 cm² beträgt. Notiere deinen Ansatz und deinen Lösungsweg.

c)

Bestimme den prozentualen Anteil der Fläche des weißen Kreuzes aus Aufgabenteil a) an der Schweizer Fahne.

d)

Es gilt: b: l = 6: 7. Bestätige diesen Zusammenhang am Beispiel aus Aufgabenteil a).

An einem Berg hängt eine riesige Schweizer Fahne mit den Außenmaßen 32 m x 32 m (Abbildung 2). Die Maße des "Schweizerkreuzes" sind abhängig von diesen Außenmaßen (vgl. Abbildung 1). Sie können mit dem folgenden Gleichungssystem berechnet werden:

(I)
$$3 \cdot b + 2 \cdot l = 32$$

(II)
$$l = \frac{7}{6} \cdot b$$



Abbildung 2: Quelle: commons.wikimedia.org (Creative-Commons-Lizenz) Armin Kübelbeck



$Nordrhein\hbox{-}West falen \mid Mittlerer\ Schulabschluss$

Prüfungswissen | Original-Prüfungen

► Abschlussprüfung 2014 | Prüfungsteil 2



e)

Erläutere den Zusammenhang zwischen der Gleichung (I) und der riesigen Schweizer Fahne.

f)

Berechne die Länge *l* und die Breite *b* der Arme des "Schweizerkreuzes" auf der riesigen Fahne, indem du das lineare Gleichungssystem (I) und (II) löst.

g)

Leandro behauptet: "Egal, wie groß die Außenmaße der Fahne sind, der Anteil der Fläche des weißen Kreuzes an der gesamten Fahne verändert sich nicht!" Kann dies stimmen? Begründe.



Teil 1

Aufgaben PLUS

Tipps PLUS

Lösungen PLUS

Aufgabe 1

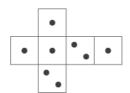
Ordne folgende Zahlen der Größe nach:

$$10^8; \quad 2^{-1}; \quad \frac{1}{3}; \quad 10^{-1}; \quad 2^8$$

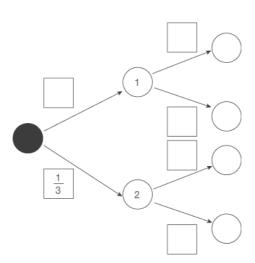
Aufgabe 2

Claude wirft mit einem besonderen Spielwürfel.

Hier siehst du das Netz des Würfels.



- a) Begründe, dass die Wahrscheinlichkeit für die Augenzahl "2" bei einem Wurf mit dem Würfel $\frac{1}{3}$ beträgt.
- b) Der Würfel wird zweimal geworfen.
 Ergänze in dem Baumdiagramm die fehlenden Wahrscheinlichkeiten und Ereignisse.
- c) Berechne die Wahrscheinlichkeit, zweimal eine "2" zu würfeln.



Aufgabe 3

Eine zylinderförmige Getränkedose enthält 0,331 Mineralwasser und hat einen Durchmesser von 67 mm. Wie hoch ist die Getränkedose mindestens?

Aufgabe 4

Löse folgendes Gleichungssystem mit einem geeigneten Verfahren:

$$(1) \qquad 2x + y = 2$$

(II)
$$x - 0, 5y = 2$$

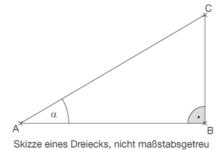
Aufgabe 5

Bei einem Dreieck ABC ist die Seite \overline{AB} $4~\mathrm{cm}$ lang (vgl. Abbildung rechts). Der Winkel α bei dem Punkt A ist 40° groß.

a) Bestimme rechnerisch die Länge der Seite \overline{AC} .



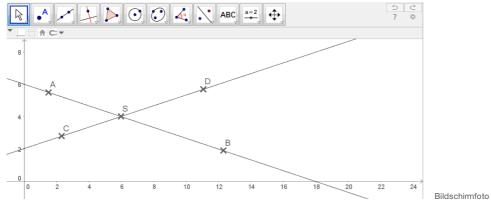
b) Bestimme rechnerisch die Länge der Seite \overline{BC} .



Aufgabe 6

Mit einer dynamischen Geometriesoftware werden zwei Geraden durch die Punkte A und B bzw. C und D erzeugt. Die beiden Geraden haben den gemeinsamen Schnittpunkt S (vgl. Abbildung unten).

Was verändert sich, wenn du den Punkt A auf die Koordinaten $(2 \mid 8)$ verschiebst? Begründe.





Teil 1

Aufgaben PLUS

Tipps PLUS

Lösungen PLUS

Aufgabe 1

► Zahlen der Größe nach ordnen

Bringe die Zahlen in **Dezimalschreibweise**, um sie zu vergleichen. Für Zahlen mit negativen Hochzahlen (= Exponenten) gilt:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$10^{-1} = \frac{1}{10^1} = \frac{1}{10} = 0, 1$$

$$\frac{1}{3} = 0, \overline{3}$$

$$2^8 = 2 \cdot 2 = 256$$

Die Zahlen 2^8 und 10^8 musst du nicht ausrechnen, um sie zu vergleichen – bei gleicher Hochzahl entscheidet die Basis, welche Zahl größer ist: $10 > 2 \Rightarrow 10^8 > 2^8$.

Ordne von klein nach groß: $10^{-1} < \frac{1}{3} < 2^{-1} < 2^8 < 10^8$

Aufgabe 2

a) **Begründen, dass die Wahrscheinlichkeit für eine "2" bei einem Wurf** $\frac{1}{3}$ beträgt

Gegeben ist ein 6-seitiger Würfel:

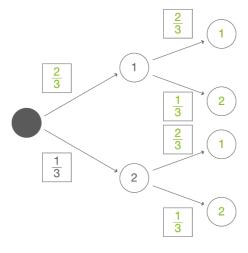
- 4 Seiten haben die Augenzahl "1"
- 2 Seiten haben die Augenzahl "2"

Es gilt: Wahrscheinlichkeit für "2" = $\frac{\text{Anzahl Seiten mit "2"}}{\text{Gesamtzahl der Seiten}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

b) **Baumdiagramm ergänzen**

In den Kreisen stehen die Augenzahlen des Würfels (1 oder 2), in den Quadraten die Wahrscheinlichkeit für die jeweilige Augenzahl ($\frac{1}{3}$ oder $\frac{2}{3}$).

Für die "1" gilt: Wahrscheinlichkeit für "1" $=\frac{\text{Anzahl Seiten mit "1"}}{\text{Gesamtzahl der Seiten}}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$





c) ▶ Wahrscheinlichkeit berechnen, zweimal eine "2" zu würfeln

Wende die **Pfadmultiplikationsregel** an. **2** mal wird geworfen. Die Wahrscheinlichkeit für eine "**2**" beträgt $\frac{1}{3}$.

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

Aufgabe 3

▶ Mindesthöhe der Getränkedose berechnen

Gegeben ist ein Zylinder mit:

- Volumen V=0,331
- Durchmesser $d = 67 \,\mathrm{mm}$

Rechne die Einheiten um (Formelsammlung):

- $V = 0,331 = 330 \,\mathrm{ml} = 330 \,\mathrm{cm}^3$
- Durchmesser $d=2r=67\,\mathrm{mm}=6,7\,\mathrm{cm}$ \Rightarrow Radius $r=3,35\,\mathrm{cm}$

Verwende die Formel zur Volumenberechnung und stelle nach der Höhe ${\pmb h}$ um.

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V = h$$

Die Getränkedose ist mindestens 9,36 cm hoch.

Aufgabe 4

► Gleichungssystem lösen

Löse das Gleichungssystem mit dem Additionsverfahren oder mit dem Einsetzungsverfahren.

▶▶ Lösungsweg A: Additionsverfahren

Die Lösungsmenge des Gleichungssystems ist: $\mathbf{L} = \{(1, 5; -1)\}$.

▶▶ Lösungsweg B: Einsetzungsverfahren



Die Lösungsmenge des Gleichungssystems ist: $\mathbf{L} = \{(\mathbf{1}, \mathbf{5}; -\mathbf{1})\}$.

Aufgabe 5

a) Länge der Seite \overline{AC} bestimmen

In einem rechtwinkligen Dreieck sind gegeben:

- Winkel $\alpha=40^\circ$
- ullet Seite \overline{AB} als Ankathete von lpha mit der Länge $4\,\mathrm{cm}$

Gesucht ist die Hypotenuse \overline{AC} .

Berechne über den Kosinus:

$$\cos lpha = rac{ ext{Ankathete}}{ ext{Hypotenuse}}$$

Stelle nach der Hypotenuse um:

$$\cos lpha \ = \ rac{\overline{AB}}{\overline{AC}} \ |: \cos lpha; \cdot ext{Hypotenuse} \ \overline{AC}$$

$$\overline{AC} = \frac{\overline{AB}}{\cos \alpha} = \frac{4 \text{ cm}}{\cos (40^\circ)} = \frac{4 \text{ cm}}{0,77} = 5,22 \text{ cm}$$

b) ightharpoonup Länge der Seite \overline{BC} bestimmen

Im rechtwinkligen Dreieck **ABC** sind gegeben:

- Winkel $\alpha = 40^{\circ}$
- Seite \overline{AB} als Ankathete von lpha mit der Länge $4\,\mathrm{cm}$
- Seite \overline{AC} als Hypotenuse mit der Länge $5,22\,\mathrm{cm}$

Berechne die Länge der Gegenkathete \overline{BC} entweder über den Tangens oder den Satz des Pythagoras.

▶▶ Lösungsweg A: Über Tangens berechnen

Für den Tangens gilt:

$$an lpha = rac{ ext{Gegenkathete}}{ ext{Ankathete}}$$

Stelle nach der Gegenkathete \overline{BC} um:

$$\tan \alpha = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} | \cdot \text{Ankathete } \overline{AB}$$

$$\overline{BC} = \tan \alpha \cdot \overline{AB} = \tan (40^\circ) \cdot 4 \text{ cm} = 0,84 \cdot 4 = 3,36 \text{ cm}$$

▶▶ Lösungsweg B: Über Satz des Pythagoras berechnen

Der Satz des Pythagoras lautet:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

- a ist die Kathete \overline{AB} mit der Länge $4\,\mathrm{cm}$
- c ist die Hypotenuse \overline{AC} mit der Länge $5,22\,\mathrm{cm}$
- b ist die gesuchte Kathete \overline{BC}

Stelle nach b^2 um:



$$\begin{array}{rcl} a^2 + b^2 & = & c^2 & & |-a^2| \\ b^2 & = & c^2 - a^2 & & \\ & = & (5, 22 \, \mathrm{cm})^2 - (4 \, \mathrm{cm})^2 & & \\ & = & 27, 25 \, \mathrm{cm}^2 - 16 \, \mathrm{cm}^2 & & \\ & = & 11, 25 \, \mathrm{cm}^2 & & |\sqrt{}| \end{array}$$

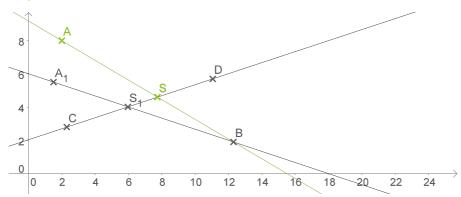
Die Abweichung von 0,01 cm im Vergleich zu Lösungsweg A entsteht durch das Runden auf die 2. Nachkommastelle.

Aufgabe 6

ightharpoonup Punkt $oldsymbol{A}$ verschieben und begründen, was sich verändert

Der Punkt A befindet sich ungefähr bei $(1,5 \mid 5,5)$.

Eine Erhöhung des x-Wertes und des y-Wertes sorgt jeweils für eine **Verschiebung der Geraden** durch A und B. Dadurch wird auch der **Schnittpunkt** S in positiver x-Richtung (nach "rechts") und in positiver y-Richtung (nach "oben") **verschoben**.





Mathe > Zentrale Pruefung > 2016 > Teil 1

Aufgaben PLUS Tipps PLUS Lösungen PLUS

Aufgabe 1

Ordne die Zahlen der Größe nach. Beginn mit der kleinsten Zahl.

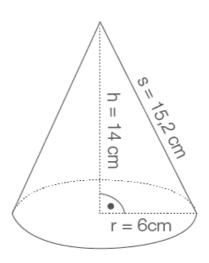
$$-\frac{1}{3}$$
; 0,4; $\frac{6}{10}$; $-\frac{1}{4}$

Aufgabe 2

a)

Berechne die Oberfläche des abgebildeten Kegels.

b)
Sebastian behauptet: "Wenn ich den
Radius verdopple, verdoppelt sich
auch das Volumen des Kegels."
Weise nach, dass Sebastians
Behauptung falsch ist.



Aufgabe 3

Familie Zappa möchte sich eine neue Küche kaufen und hat von ihrer Bank ein Angebot zur Finanzierung bekommen. Mit einer Tabellenkalkulation stellt Frau Zappa einen Finanzierungsplan auf.



	А	В	С	D
1	Finanzierungsplan für (eine Küche		
2	Kreditsumme €	3.000,00		
3	jährliche Rate in €	555,00		
4	Zinssatz pro Jahr in %	3,62		
5				
6		1. Jahr	2. Jahr	2 John
		I. Julii	Z. Jaili	3. Jahr
7	Schulden zu Jahresbeginn	3.000,00	2.553,60	3. Janr
7			<u> </u>	3. Jann
	Jahresbeginn	3.000,00	2.553, 60	3. Janr

Alle Werte in Euro (€)

a) Gib eine geeignete Formel für die Zelle C8 an.

b)

Berechne die Restschuld am Ende des dritten Jahres.

Aufgabe 4

Bestimme den Wert der Unbekannten x. Notiere deine Rechnung.

$$12x-5 = 3x+13$$

Aufgabe 5

Eine Tüte mit 125g Plätzchen kostet bisher 1,49 \in . Ein Supermarkt wirbt mit dem folgenden Plakat:

Sonderangebot		
125g + $20%$ mehr Inhalt für nur $1,89$ €		

- Berechne, wie viel Gramm Plätzchen im Sonderangebot verkauft werden.
- Ist das Sonderangebot im Vergleich zu vorher günstiger? Begründe deine Entscheidung.



Aufgabe 6



Abb. 1

Wie viele Kugeln passen näherungsweise in das zylindrische Glas, wenn diese ganz gefüllt wäre? Beschreibe, wie du dies abschätzt.

Bildnachweise [nach oben]

[1]

Public Domain bearbeitet von © 2016 - SchulLV.



Mathe > Zentrale Pruefung > 2016 > Teil 1

Aufgaben PLUS Tipps PLUS Lösungen PLUS

Aufgabe 1

▶ Zahlen der Größe nach ordnen

Bringe die Zahlen in **Dezimalschreibweise**, um sie zu vergleichen.

Beachte dabei auch das Vorzeichen.

$$-\frac{1}{3} = -0, \overline{3}$$

$$\frac{6}{10} = 0,6$$

$$-\frac{1}{4} = -0,25$$

Die Zahl 0,4 musst du nicht ausrechnen, um sie zu vergleichen.

Aufgrund des Vorzeichens weißt du, dass -0,3 und -0,25 kleiner sind als 0,6 und 0,4.

$$-0,3<-0,25$$
 und $0,4<0,6$

Ordne von klein nach groß: -0, 3 < -0, 25 < 0, 4 < 0, 6

Aufgabe 2

a)

▶ Oberfläche des Kegels berechnen

Die Formel zur Berechnung der Größe einer Kegeloberfläche lautet:

$$O = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot s$$

Setze nun die gegebenen Werte $r=6~\mathrm{cm}$ und $s=15,2~\mathrm{cm}$ in die Formel ein.

$$O = \pi \cdot (6 \text{ cm})^2 + \pi \cdot 6 \text{ cm} \cdot 15, 2 \text{ cm}$$

$$\approx 113, 10 \, \mathrm{cm}^2 + 286, 51 \, \mathrm{cm}^2$$

$$= 399,61 \, \mathrm{cm}^2$$

Die Oberfläche dieses Kegels ist ca. $399,61\,\mathrm{cm}^2$ groß.

b)

► Nachweisen, dass die Behauptung falsch ist

Das Volumen eines Kegels berechnet sich nach folgender Formel:

$$V=rac{1}{3}\pi\cdot r^2\cdot h$$



Sebastian würde den "Radius verdoppeln" und erwartet dann ein doppelt so großes Volumen.

Um die Richtigkeit seiner Aussage zu belegen oder zu widerlegen, berechnest du einmal das Volumen mit dem einfachen Radius:

$$V_1 = \frac{1}{3}\pi \cdot 6^2 \, \mathrm{cm}^2 \cdot 14 \, \mathrm{cm}$$

 $\approx 527,79 \, \mathrm{cm}^3$

und mit dem zweifachen Radius:

$$V_2 = {1 \over 3} \pi \cdot (2 \cdot 6)^2 \, {
m cm}^2 \cdot 14 \, {
m cm}$$
 $pprox 2.111, 15 \, {
m cm}^3$

Da das doppelte Volumen V_1 1.055, $58\,\mathrm{cm}^3$ ergibt, ist Sebastians Aussage falsch. (Verdoppelt sich der Radius, vervierfacht sich das Volumen eines Kegels.)

Aufgabe 3

a)

▶ Formel angeben

In Zelle C8 werden die Zinsen im zweiten Jahr berechnet. Diese betragen 92,44 \in .

Die "Zinsen pro Jahr" berechnest du, indem du die "Schulden zu Jahresbeginn" mit dem "Zinssatz pro Jahr in %" multiplizierst.

$$C8 = C7 \cdot \frac{B4}{100}$$
$$= 2.553,60 \cdot \frac{3,62}{100}$$

Diese Rechnung ergibt für das zweite Jahr einen Betrag von 92,44 € Zinsen.

b)

▶ Restschuld berechnen

Die Schuld zu Beginn des dritten Jahres entspricht der Restschuld des zweiten Jahres und beträgt $2.091,04 \in$.

Die Zinsen berechnest du wie in Aufgabe a) mit dem Wert aus dem 3. Jahr:

$$2.091,04 \cdot 3,62\% = 75,70 \in$$

Die "Rate pro Jahr" beträgt jedes Jahr **555** €.

Am Ende des dritten Jahres beträgt die Restschuld:

Restschuld = Schulden zu Jahresbeginn + Zinsen pro Jahr - Rate pro Jahr =
$$2.091, 04 \in +75, 70 \in -555 \in$$
 = $1.611, 74 \in$



Aufgabe 4

▶ Wert der Unbekannten berechnen

Um die Variable $oldsymbol{x}$ berechnen zu können, bringst du zuerst alle Variablen auf eine Seite und fasst zusammen.

$$12 x - 5 = 3 x + 13$$
 | $-3 x$ | $+5$
 $12 x - 3 x = 13 + 5$ | zusammenfassen
 $9 x = 18$ | $: 9$
 $x = 2$

Der Wert der unbekannten Variablen $m{x}$ beträgt $m{2}$.

Aufgabe 5

a)

▶ Berechnung der Sonderangebotsmenge

Im Sonderangebot werden 125 g mehr Inhalt verkauft.

Das heißt, du nimmst die ursprünglichen $125\,\mathrm{g}$ und addierst einen Anteil von $20\,\%$ dazu.

$$125 g + 125 g \cdot 0, 2 = 150 g$$

Es werden 150 g Plätzchen im Sonderangebot verkauft.

b'

▶ Vergleich des Sonderangebots mit dem vorherigen

Das Sonderangebot ist teurer als vorher.

Die Menge der Plätzchen nimmt um $20\,\%$ zu. Wenn sich der Preis um $20\,\%$ erhöht, kostet das Sonderangebot $1,79 \in$. Die $150\,\mathrm{g}$ Plätzchen kosten allerdings $1,89 \in$. Der Preis erhöht sich also um $26,8\,\%$.

Aufgabe 6

► Anzahl der Kugeln schätzen und begründen

In der Abbildung kannst du in der obersten Schicht 36 Kugeln zählen und du siehst vier Kugelschichten in der Tasse.

Die Anzahl der Kugeln in der Tasse beträgt demnach schätzungsweise $36 \cdot 4 = 144$.

Da die Tasse zu etwa einem Drittel gefüllt ist, würden sich in einer vollgefüllten Tasse $3 \cdot 144 = 432 \, \mathrm{Kugeln}$ befinden.



Mathe > Zentrale Pruefung > 2016 > Teil 2

Aufgaben PLUS Tipps PLUS Lösungen PLUS

Aufgabe 1: Wurfparabel

Antje möchte einen Basketballkorb an der Hauswand aufhängen. In der Aufbauanleitung findet sie eine Skizze mit Maßen. Die obere Kante der Rückwand soll in einer Höhe von $3,95\,\mathrm{m}$ angebracht werden. In Sporthallen hängen die Korbringe üblicherweise in einer Höhe von $3\,\mathrm{m}$.

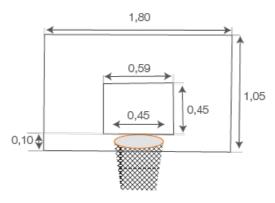


Abb. 1: Basketballkorb mit Rückwand

Zeige, dass sich Antjes Korbring ebenfalls in $3\,m$ Höhe befindet.

Antje steht mindestens $4\,\mathrm{m}$ von ihrem Basketballkorb entfernt und übt Korbwürfe. Sie hält ihre Würfe mit Videoaufnahmen fest. Die Flugbahn des abgebildeten Wurfes kann näherungsweise durch die Funktion $f(x)=-0,4x^2+1,7x+1,9$ beschrieben werden (Abbildung 2).

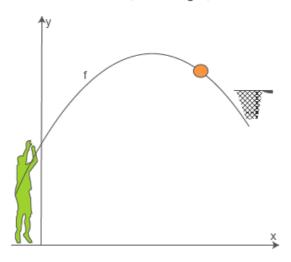


Abb. 2: Videoanalyse am PC

Bestimme, aus welcher Höhe Antje den Ball abwirft.



c) Berechne, wie hoch der Ball maximal bei diesem Wurf liegt.

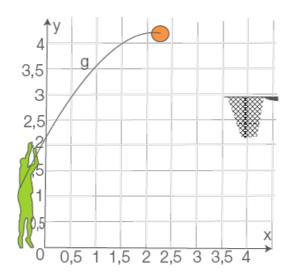


Abb. 3: Veränderter Wurf zu Aufgabe d)

d) Antje verändert ihren Wurf und wirft dabei aus ${\bf 2,25\,m}$ Höhe ab. Die Flugbahn ${\bf g}$ ist nur bis zum höchsten Punkt abgebildet (vgl. Abbildung 3) Trifft Antjes Ball in den Korb? Begründe deine Entscheidung mithilfe des abgebildeten Graphen.

Antje hält ihren neuen Basketball auf 2 m Höhe und lässt ihn auf den Boden fallen. Nach jeder Bodenberührung springt der Ball auf jeweils $70\,\%$ der Höhe des letzten Sprunges zurück.

- e) Wie hoch springt der Ball nach zwei Bodenberührungen?
- Der Hersteller wirbt damit, dass der Ball bei einem Fall aus $2\,\mathrm{m}$ Höhe nach $10\,\mathrm{m}$ Bodenberührungen noch $10\,\mathrm{cm}$ hochspringt. Überprüfe die Herstellerangabe.
- g) Gib einen Term an, mit dem du die Rückprallhöhe eines Basketballs bei einem Fall aus $2\,m$ Höhe für eine beliebige Anzahl von Bodenberührungen berechnen kannst.

Aufgabe 2: Freizeitpark

Die Mitglieder eines Sportvereins unternehmen einen Ausflug in einen großen Freizeitpark. 82 Jugendliche sowie 10 Betreuerinnen und Betreuer nehmen als Gruppe an dem Ausflug teil. An der Kasse des Parkeingangs hängen die Preisinformationen aus (vgl. Tablle.)



Eintrittspreise Freizeitpark			
Preise pro Person	26,00 €		
Preis pro Person in einer Gruppe*	23,00 €		
*Pro 10 Personen erhält eine Person freien Eintritt.			

Tabelle: Einzelpreise im Überblick

a) Berechne den Eintrittspreis, den die Gruppe zahlen muss.

In dem Freizeitpark ist die größte Achterbahn eine der Hauptattraktionen. Abbildung 4 zeigt die höchste und steilste Abfahrt dieser Achterbahn. Der Verlauf der Abfahrt wird durch die beiden eingezeichneten Strecken \overline{EC} und \overline{CZ} angenähert.

b)
Vor der Achterbahn steht die Information:
"Höchste Abfahrt aus mehr als 48 Metern Höhe."
Überprüfe rechnerisch, ob diese Angabe richtig ist.

c) Bestätige mit einer geeigneten Rechnung, dass der eingezeichnete Winkel von $37,2^{\circ}$ korrekt angegeben ist.

d) Paul behauptet: "Das Gefälle vom Punkt C bis zum Punkt Z ist kleiner als 100%." (1% Gefälle bedeutet einen Abfall der Höhe von $1\,\mathrm{m}$ auf eine Länge von $100\,\mathrm{m}$.) Hat Paul recht? Begründe deine Entscheidung!

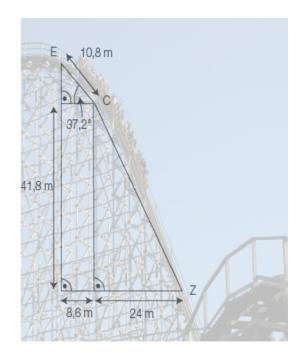


Abb. 4



Abb. 5: Foto eines Kettenkarussells

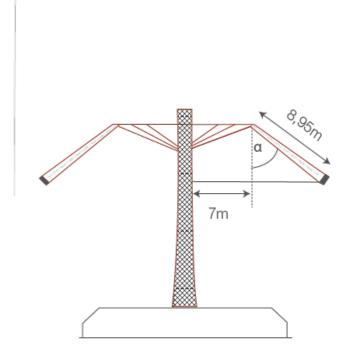


Abb. 6: Skizze zur Auslenkung des Kettenkarussells

Eine weitere Attraktion im Freizeitpark ist ein sehr hohes Kettenkarussell. Mit zunehmender Geschwindigkeit vergrößert sich der Winkel α und damit der Abstand der Fahrgäste von der Karussellmitte.

e) Im Betrieb bewegen sich die Fahrgäste mit einer Geschwindigkeit von ca. $19,4\frac{m}{s}$ auf einer Kreisbahn und benötigen für eine Umdrehung $4,2\,\mathrm{s}$. Ermittle den Umfang der Kreisbahn, auf der sich die Fahrgäste bewegen.

f)

Wenn sich das Karussell dreht, überquert es eine kreisförmige Fläche auf dem Boden. Diese Fläche wird bei der maximalen Geschwindigkeit des Karussells am größten. Dabei ist der Winkel α etwa 58° groß (vgl. Abbildung 6, rechts). Die größte Fläche wird mit einem Zaun abgesperrt.

Erstelle einen Lösungsplan, wie du die erforderliche Länge des Zauns bestimmen kannst.

Die Rechnung musst du nicht ausführen.

Aufgabe 3: Eiszeit

In der Innenstadt hat eine neue Eisdiele aufgemacht. Jede Kugel kostet $1\,\in$. Diese wirbt mit einem ungewöhnlichen Angebot: "Drehe an dem Glücksrad und du kannst den Preis deiner Kugeln halbieren oder sogar eine Kugel gratis bekommen."

Die Freunde Nils, Leo und Paul



möchten sich dort ein Eis kaufen und spielen mit.



a)

Nils dreht einmal an dem Glücksrad.

Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass er beim ersten Drehen direkt eine Kugel gratis bekommt.

b)

Leo dreht zweimal hintereinander auf das Feld 'erneut drehen'. Bestimme die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis.

c)

Nils behauptet: "Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis "Jede Kugel $0,50\,\mathrm{e}^{\prime}$ ist insgesamt größer als 20%, da die Möglichkeit besteht, erneut zu drehen." Hat Nils recht? Begründe deine Entscheidung.

Die Eiskugeln für $1 \in$ haben einen Durchmesser von 3 cm. Die Eisdiele bietet auch Riesenkugeln mit 35 ml Eis an. Eine Riesenkugel kostet $2 \in$.

d)

Paul behauptet: "Beim Kauf einer Riesenkugel bekomme ich im Vergleich zu zwei normal großen Kugeln mehr Eis."
Hat Paul recht? Begründe durch eine Rechnung.

Die Freunde entdecken in der Eisdiele die Informationen zu Speiseeis rechts.

e)

Berechne das Volumen an Softeis in Litern, das im Jahr 2014 pro Kopf in Deutschland hergestellt wurde.

f)

Berechne die Einwohnerzahl Deutschlands, die dieser Grafik zugrunde liegt.



Marktantelle am Spelseels in Prozent.

2014 wurden 7,6 l Spelseels pro Kopf in Deutschland hergestellt.
617 Mlo. Liter = 100%

Industriell hergestellt
(Markenels)
81,6%

gewerblich hergestellt
15,9%

Softels
2,5%



In der Abbildung werden die verschiedenen Marktanteile am Gesamtverkauf dargestellt.
Begründe, warum die Grafik zur Verdeutlichung der prozentualen Anteile irreführend ist.

Bildnachweise [nach oben]

[1]
© 2016 - SchulLV.
[2]
© 2016 - SchulLV.
[3]
© 2016 - SchulLV.
[3]
© 2016 - SchulLV.
[4]
Public Domain bearbeitet von © 2016 - SchulLV.
[5]
Public Domain.
[7]

Public Domain bearbeitet von © 2016 - SchulLV.



Mathe > Zentrale Pruefung > 2016 > Teil 2

Aufgaben PLUS Tipps PLUS Lösungen PLUS

Aufgabe 1

a)

▶ Höhe von Antjes Korb berechnen

In der Abbildung siehst du eine Skizze des aufgebauten Korbs. In der Aufgabenstellung steht, dass die obere Kante der Rückwand in $3,95\,\mathrm{m}$ Höhe hängt. Überlege dir, wie du die Höhe des Korbrings mit den angegebenen Höhen berechnen kannst.

Die gesamte Höhe der Rückwand beträgt $1,05\,\mathrm{m}$. Der Korbring hängt $10\,\mathrm{cm}$ über dem unteren Rand der Rückwand. Um die Höhe des Korbrings zu berechnen, musst du die Höhe der Rückwand von der Höhe der oberen Kante der Rückwand abziehen und anschließend die Höhe des Korbrings dazu rechnen.

$$3,95 \,\mathrm{m} - 1,05 \,\mathrm{m} + 0,10 \,\mathrm{m} = 3,00 \,\mathrm{m}$$

Der Korbring hängt also in einer Höhe von 3,00 m.

b)

► Abwurfhöhe des Balls berechnen

In der Abbildung siehst du, dass die Höhe, aus der Antje den Ball abwirft, ein **Schnittpunkt mit der** y-Achse des Koordinatensystems ist. Berechne die Abwurfhöhe, indem du den Schnittpunkt der Funktion mit der y-Achse berechnest. Das tust du, indem du x=0 einsetzt.

$$y = -0,4x^2+1,7x+1,9$$

$$y = -0.4 \cdot 0^2 + 1.7 \cdot 0 + 1.9$$

$$y = 1,9$$

Die Abwurfhöhe des Balls beträgt 1,9 m.

c)

Maximale Höhe des Balls berechnen

Die maximale Höhe des Balls während des Wurfs entspricht dem Scheitelpunkt der Funktion. Den Scheitelpunkt der Funktion kannst du über quadratische Ergänzung berechnen. Forme die Formel so um, dass du einen Teil des Ausdrucks zu einer binomischen Formel zusammenfassen kannst. Den x-Wert des Scheitelpunkts kannst du dann anschließend aus der binomischen Formel ablesen.

Klammere zuerst -0,4 bei den Ausdrücken mit x^2 und x aus.

$$f(x) = -0, 4x^2 + 1, 7x + 1, 9 = -0, 4(x^2 - 4, 25x) + 1, 9$$

Der Ausdruck -4,25x entspricht in einer binomischen Formel dem Ausdruck 2ab, wobei a=x ist. Setze die beiden Ausdrücke gleich und berechne b.



$$2ab = -4,25x$$
 | einsetzen

$$2xb = -4,25x + 2x$$

$$b = -2,125$$

Von der zweiten binomischen Formel haben wir bereits die Ausdrücke a^2 und 2ab. Es fehlt noch b^2 . Addiere deshalb $+b^2$ und $-b^2$ zu der Formel und fasse zur binomischen Formel zusammen.

\$\begin{array}[t]{rll}

 $f(x)\&=\&-0,4(x^2-4,25x+(2,125)^2-(2,125)^2)+1,9 &\quad \mbox{$\constraint} & \mbox{$\const$

Bei x=2,125 hat die Parabel ihren Scheitelpunkt. Setze diesen Wert in die Funktion ein und berechne die Höhe des Balls.

$$f(x) = -0.4(x-2.125)^2 + 3.706$$
 | $x = 2.125$

$$f(2,125) = -0,4(2,125-2,125)^2+3,706$$

$$f(2,125) = -0,4(0)^2 + 3,706$$

$$f(2,125) = 3,706$$

Die maximale Höhe des Balls beträgt ca. 3,7 m.

d)

▶ Begründen ob Antje den Korb trifft

Betrachte die Flugbahn des Balls als eine **Parabel**. Überlege dir, wie du mithilfe der Eigenschaften einer Parabel Aussagen über ihren weiteren Verlauf treffen kannst. Überprüfe dann, ob der Ball deinen Voraussagen entsprechend in den Korb treffen würde.

Eine Parabel ist **achsensymmetrisch** zu einer vertikalen Symmetrieachse, die durch ihren Scheitelpunkt verläuft. In der Abbildung ist die Parabel also achsensymmetrisch zu einer vertikalen Achse durch die aktuelle Position des Balls. Der weitere Verlauf der Flugbahn des Balls entspricht also dem bisherigen Verlauf, an dieser Achse gespiegelt. Zeichne dir am besten die Symmetrieachse ein und spiegle einen Punkt auf der Höhe des Korbs. Wenn der gespiegelte Punkt auf dem Korb liegt, dann lässt sich vorhersagen, dass der Ball im Korb landet.

Wenn der Punkt bei x=0,5 an der Symmetrieachse gespiegelt wird, dann liegt der gespiegelte Punkt auf dem Korb. Antje trifft demnach mit ihrem Wurf den Korb.

e)

► Sprunghöhe des Balls nach zwei Bodenberührungen berechnen

Nach jeder Bodenberührung springt der Ball nur noch auf $70\,\%$ der Höhe des letzten Sprungs zurück. Nach zwei Bodenberührungen springt er also nur noch auf $70\,\%$ des vorherigen Sprungs, der $70\,\%$ des ursprünglichen Sprungs entspricht. Du kannst die Höhe des Sprungs nach zwei Bodenberührungen berechnen, indem du die urprüngliche Höhe, aus der Antje den Ball fallengelassen hat, zweimal mit $70\,\%$ multiplizierst.



$$2,00 \,\mathrm{m} \cdot 0,7 \cdot 0,7 = 0,98 \,\mathrm{m}$$

Der Ball springt nach zwei Bodenberührungen nur noch $0,98\,\mathrm{m}$ hoch.

f)

► Angabe des Herstellers überprüfen

Überprüfe die Aussage des Herstellers, indem du die Höhe von $2\,\mathrm{m}$ zehnmal mit $70\,\%$ multiplizierst. Du kannst den Rechenschritt mit dem zehnmal multiplizieren auch platzsparend als **Potenz** ausdrücken.

$$2 \,\mathrm{m} \cdot 0,7^{10} = 2 \,\mathrm{m} \cdot 0,028 \approx 0,056 \,\mathrm{m}$$

Nach 10 Bodenberührungen springt der Ball nur noch ca. $5,6\,\mathrm{cm}$ hoch. Die Aussage des Herstellers stimmt also nicht.

g)

▶ Term angeben

Überlege dir, wie du die Höhe des Balls bei einer Fallhöhe von $2\,\mathrm{m}$ und einer variablen Anzahl von Bodenberührungen berechnen kannst. Nach jeder Bodenberührung springt der Ball nur noch auf $70\,\%$ der vorherigen Höhe. Für z.B. 3 Bodenberührungen müsstest du $2\,\mathrm{m}$ dreimal mit 0,7 multiplizieren. Wie kannst du diesen Rechenschritt einfach darstellen und was wäre, wenn die Fallhöhe nicht dreimal sondern x-mal mit 0,7 multipliziert wird?

Die Rückprallhöhe des Basketballs nach $m{x}$ Bodenberührungen und einer Fallhöhe von $m{2}\,m{m}$ lautet:

Rückprallhöhe = $2 \text{ m} \cdot 0, 7^x$

Aufgabe 2

a)

▶ Eintrittspreis der Gruppe berechnen

Entscheide zuerst, welchen der beiden in der Tabelle angegebenen Preise die Gruppe pro Person bezahlen muss. Wenn du dich für den unteren Preis entscheidest, dann berücksichtige, dass jede 10. Person freie Eintritte hat. Berechne dann, wie viele freien Eintritte die Gruppe erhalten würde und ziehe diesen Betrag vom Eintrittspreis ab.

Da die Gruppe größer als 8 Personen ist, zahlt sie den Gruppeneintrittspreis von $23,00\,$ \in pro Person. Bei 82 Jugendlichen und 10 Betreuern wird der Betrag insgesamt 92 mal fällig. Die Gruppe spart für jeden 10. den Eintrittspreis. Bei 92 Personen ergibt das 9 freie Eintritte. Insgesamt zahlen also nur 92-9=83 Personen den Eintrittspreis. Dieser berechnet sich wie folgt:

$$83 \cdot 23,00 \in 1.909 \in$$

Die Gruppe zahlt insgesamt 1.909 €

b)

▶ Höchste Abfahrt berechnen

In der Abbildung siehst du, dass die Höhe der Achterbahn $41,8\,\mathrm{m}$ und einem weiteren Stück entspricht. Dieses Stück ist eine Kathete des rechtwinkligen Dreiecks, genauer die Gegenkathete des $37,2\,^\circ$ -Winkels. Dieses Stück kannst du mit dem Sinus oder dem Satz des Pythagoras berechnen.



Lösungsweg A: Sinus

Die Definition des Sinus lautet:

$$sin(lpha) = rac{ ext{Länge der Gegenkathete}}{ ext{Länge der Hypothenuse}}$$

Dabei ist die Gegenkathete die Kathete des Dreiecks, die dem Winkel gegenüber liegt und die Hypothenuse H die Grundseite. Mit den Angaben in der Abbildung kannst du die Länge der Gegenkathete G_{α} berechnen.

$$sin(lpha) = rac{G_lpha}{H}$$
 | einsetzer $sin(37,2\degree) = rac{G_lpha}{10,8\,\mathrm{m}}$ | $\cdot 10,8\,\mathrm{m}$ | $sin(37,2\degree) \cdot 10,8\,\mathrm{m} = G_lpha$ | G_lpha

► Lösungsweg B: Satz des Pythagoras

Der Satz des Pythagoras lautet:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Dabei ist c die Grundseite des Dreiecks, die $10,8\,\mathrm{m}$ entspricht. a und b sind die Katheten des Dreiecks. Der $8,6\,\mathrm{m}$ große Abschnitt der horitontalen Länge der Abfahrt ist parallel zur Kathete b und hat deshalb die gleiche Länge. Du kannst die Kathete a also mit dem Satz des Pythagoras berechnen:

$$c^2 = a^2 + b^2$$
 | einsetzen $(10, 8\,\mathrm{m})^2 = a^2 + (8, 6\,\mathrm{m})^2$ | $-(8, 6\,\mathrm{m})^2$ $(10, 8\,\mathrm{m})^2 - (8, 6\,\mathrm{m})^2 = a^2$ $(16, 64\,\mathrm{m}^2 - 73, 96\,\mathrm{m}^2\,\mathrm{m})^2 = a^2$ $(42, 68\,\mathrm{m}^2\,\mathrm{m})^2 = a^2$ | $\sqrt{}$ $(6, 53\,\mathrm{m}) = a$

Addiere dein Ergebnis zu den angegebenen 41,8 m.

$$41,8 \,\mathrm{m} + 6,53 \,\mathrm{m} = 48,33 \,\mathrm{m}$$

Die höchste Abfahrt ist also aus 48, 33 m Höhe. Die Aussage ist demnach richtig.

c)

▶ Winkelangabe überprüfen

In der Abbildung siehst du, dass die Seite, die zur Ankathete des $37,2^{\circ}$ -Winkels parallel ist, $8,6\,\mathrm{m}$ lang ist. Demnach ist auch die Ankathete genauso lang. Weil das Dreieck rechtwinklig ist, kannst du den Winkel



mithilfe des Cosinus berechnen. Die Definition des Cosinus lautet:

$$cos(lpha) = rac{ ext{Länge der Ankathete}}{ ext{Länge der Hypothenuse}}$$

Dabei ist die Ankathete A_{lpha} die Kathete des Dreiecks, die an dem Winkel liegt, und die Hypothenuse H die Grundseite. Mit den Angaben in der Abbildung kannst du nun den Winkel lpha berechnen.

$$cos(lpha) = rac{A_lpha}{H}$$
 | einsetzen $cos(lpha) = rac{8,6\,\mathrm{m}}{10,8\,\mathrm{m}}$ | $cos(lpha) = 0,7963$ | $cos^{-1}()$ $lpha pprox 37,2\,^\circ$

Die Angabe des eingezeichneten Winkels ist also korrekt.

d)

▶ Pauls Behauptung überprüfen

In der Abbildung siehst du, dass die komplette Abfahrt von Punkt C nach Punkt Z über eine Strecke von $24\,\mathrm{m}$ verläuft. Dabei fällt die Achterbahn um $41,8\,\mathrm{m}$ ab. In der Aufgabenstellung siehst du die Definition von Gefälle. $1\,\mathrm{m}$ Abfall in der Höhe über eine Länge von $100\,\mathrm{m}$ entspricht $1\,\%$ Gefälle. Mit einem Dreisatz kannst du nun die horizontale Länge der Abfahrt auf $100\,\mathrm{m}$ erweitern.

Die Abfahrt entspricht also einem Gefälle von $174,2\,\%$. Das ist größer als ein Gefälle von $100\,\%$, womit Pauls Behauptung nicht stimmt.

e,

► Umfang der Kreisbahn berechnen

Aus der Aufgabenstellung weißt du, dass die Fahrgäste 4,2s bei einer Geschwindgkeit von $19,4\frac{m}{s}$ für eine Umdrehung brauchen. Berechne damit den Umfang der Kreisbahn.

$$19, 4 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 4, 2 \, \mathrm{s} = 81, 48 \mathrm{m}$$

Die Fahrgäste bewegen sich also auf einer Kreisbahn mit dem Umfang 81,48m.

f)

▶ Lösungsplan erstellen

Um die größte Fläche, die das Karussell überquert, zu umzäunen, wird ein kreisförmiger Zaun benötigt. Der **Umfang dieses Kreises** wird mit folgender Formel berechnet:



$$A_K = 2 \cdot \pi \cdot r$$

Dabei ist r der Radius. Dieser berechnet sich aus der Spannweite des Karussells, die 7m entspricht und einem weiteren Teil x, der von den hängenden Gondeln bestimmt wird. Demnach ergibt sich folgender Lösungsplan für die Aufgabe.

1. Schritt: Länge des Abschnitts $oldsymbol{x}$ berechnen

Dazu wird das rechtwinklige Dreieck mit dem Winkel α benötigt. Die Länge des Abschnitts x entspricht der Gegenkathete des Winkels α und die Länge der Aufhängung der Gondeln der Hypothenuse mit einer Länge von $8,95\,\mathrm{m}$. Über den Sinus kann die Länge von x berechnet werden.

2. Schritt: Radius r berechnen

Addiere das Ergebnis aus Schritt 1 zu der Spannweite des Karussells, die 7 m entspricht.

3. Schritt: Länge des Zauns berechnen

Berechne mit der oben angegebenen Formel die Länge des Zauns. Dabei ist r der Radius den du in Schritt 2 berechnet hast.

Aufgabe 3

a)

► Wahrscheinlichkeit für eine gratis Kugel berechnen

Das Glücksrad besitzt 6 gleich große Felder. Berechne die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis, indem du die Anzahl an Feldern, die das gewünschte Ergebnis enthalten, durch die gesamte Anzahl an Feldern auf dem Glücksrad teilst.

In einem Feld steht "1 Kugel gratis". Demnach ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Nils beim ersten Drehen direkt eine Kugel gratis bekommt, $\frac{1}{6}$.

b)

► Wahrscheinlichkeit für zweimal erneut drehen berechnen

Berechne die Wahrscheinichkeit für ein Ereignis genauso, wie in Aufgabenteil a). Die Wahrscheinlichkeit für zwei Ereignisse hintereinander berechnest du, indem du die Wahrscheinlichkeiten für die Teilereignisse miteinander multiplizierst.

In zwei Feldern steht "erneut drehen". Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Leo beim Drehen erneut drehen darf liegt bei $\frac{2}{6} \cong \frac{1}{3}$. Die Wahrscheinlichkeit für zweimal hintereinander erneut drehen berechnet sich demnach wie folgt:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Leo zweimal hintereinander "erneut drehen" erhält liegt bei $\frac{1}{9}$.

c)

▶ Überprüfen ob Nils recht hat

Die Wahrscheinlichkeit für das Feld "Jede Kugel $0,50\,$ €" beträgt $\frac{1}{6}$ bzw. als Prozentzahl $16,7\,$ %. Die



Wahrscheinlichkeit für eines der "erneut drehen" Felder liegt bei $\frac{1}{3}$ bzw. 33,3%. Die Wahrscheinlichkeit dafür nach einem "erneut drehen" das Feld "Jede Kugel 0,50 beträgt demnach:

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{18} \stackrel{\frown}{=} 5,6\%$$

In der Summe ergibt das bereits über $20\,\%$. Darüber hinaus gibt es außerdem noch die Wahrscheinlichkeit dafür, dass zuerst zwei mal erneut gedreht wird. Die Wahrscheinlichkeit im Endeffekt nur $0,50\,$ für jede Kugel zu bezahlen ist also noch größer. Nils Aussage stimmt demnach.

d)

▶ Pauls Aussage überprüfen

Berechne das Volumen einer normalen Kugel und vergleiche dieses mit dem Volumen einer Riesenkugel, um zu überprüfen ob Pauls Aussage stimmt.

Die Formel für das Volumen einer Kugel lautet:

$$V_K = rac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

Dabei ist r der Radius der Kugel. In der Aufgabe hat die normale Eiskugel einen Durchmesser von $3\,\mathrm{cm}$. Demnach entspricht ihr Radius also $r=1,5\,\mathrm{cm}$. Das Volumen der Kugel berechnet sich also so:

$$V_K = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$
 | einsetzen

$$V_K = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (1, 5 \, \mathrm{cm})^3$$

$$V_K = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3,375 \,\mathrm{cm}^3$$

$$V_K = 14,14 \,\mathrm{cm}^3$$

Das Volumen einer normalen Eiskugel entspricht $14,14\,\mathrm{cm}^3$ bzw. $14,14\,\mathrm{ml}$. Eine Riesenkugel hat den Preis von zwei normalen Kugeln. Zwei normale Kugeln haben ein Volumen von $2\cdot 14,14\,\mathrm{ml}=28,28\,\mathrm{ml}$. Das Volumen einer Riesenkugel ist mit $35\,\mathrm{ml}$ größer. Paul hat also recht.

e)

▶ Volumen von Softeis berechnen

In der Abbildung siehst du, dass $2,5\,\%$ des jährlich hergestellten Eis in Deutschland Softeis war. Die komplette Menge von hergestelltem Eis pro Kopf liegt bei $7,6\,l$. Berechne das Volumen an hergestelltem Softeins, indem du die Prozentangabe in eine Dezimalzahl umrechnest und anschließend mit der hergestellten Menge Eis pro Kopf multiplizierst. Indem du eine Prozentzahl durch 100 teilst und das %-Zeichen weglässt, wandelst du sie in eine Dezimalzahl um. Demnach ergibt sich:

$$\frac{2,5}{100} = 0,025$$

$$7.61 \cdot 0,025 = 0,191 = 190 \,\mathrm{ml}$$

Pro Kopf wurde 2014 in Deutschland 190 ml Softeis hergestellt.

f)

► Einwohnerzahl in Deutschland berechnen



In der Grafik wird angegeben, dass pro Kopf in Deutschland im Jahr $2014\ 7,61$ Eis hergestellt wurden. Insgesamt waren das 617.000.0001. Berechne die Einwohnerzahl in Deutschland, die dieser Grafik zugrunde liegt, indem du die Gesamtmenge durch die Menge an Eis pro Person teilst.

$$\frac{617.000.000\,l}{7,6\,\frac{l}{Person}}\approx 81,184,210\,Personen$$

Der Grafik liegt also eine Einwohnerzahl in Deutschland von 81.184.210 Personen zugrunde.

g)

► Irreführende Darstellung in der Grafik begründen

In der Abbildung werden die prozentualen Marktanteile verschiedener Eissorten als Teile einer Eiskugel dargestellt. Die Größe der einzelnen Teile der Marktanteile entspricht dabei nicht den Marktanteilen. Der Kugelteil von "Markeneis" entspricht 81,6%. In der Abbildung jedoch nimmt der Abschnitt nur etwas mehr als der Hälfte der Kugel ein. Die anderen beiden Kugelteile sind für ihren Marktanteil zu groß. Deshalb ist die Grafik zur Verdeutlichung der prozentualen Anteile irreführend.